

# Travaux effectués

Nathanaël Fijalkow

Mes travaux de recherche se situent à l'intersection de la logique, de la théorie des automates et de la théorie des jeux. Ces trois domaines sont fortement liés et contribuent au développement des méthodes formelles, et plus particulièrement de la vérification de programmes. Je m'intéresse aux modèles quantitatifs (par opposition aux modèles qualitatifs, également appelés booléens) : de tels modèles manipulent des valeurs numériques.

Ce document est divisé en trois parties, correspondant à une séparation thématique :

- Dans une première partie, je m'intéresse aux **systèmes à compteurs**, c'est-à-dire dont l'évolution est régie par un ou plusieurs compteurs. J'ai étudié au cours de ma thèse plusieurs modèles de jeux, d'automates et de logiques dont l'objectif est d'utiliser des compteurs pour spécifier l'existence de bornes.
- Dans une deuxième partie, je m'intéresse aux **systèmes aléatoires**, c'est-à-dire dont l'évolution est régie par une loi de probabilité. J'ai étudié au cours de ma thèse le problème de la valeur 1 pour les automates probabilistes, puis pendant mon post-doctorat la notion de simulation entre systèmes aléatoires.
- Dans une troisième partie, je m'intéresse aux **systèmes dynamiques**, qui généralisent les systèmes aléatoires. J'ai étudié pendant mon post-doctorat la complexité des systèmes dynamiques linéaires à temps discrets, et en parallèle la complexité spatiale en ligne.

L'essentiel de mes travaux est orienté vers une compréhension théorique. La finalité étant la construction d'algorithmes, j'ai également implanté les algorithmes obtenus.

L'outil Acme, créé en collaboration avec Denis Kuperberg et écrit en OCaml, implante les algorithmes que nous avons construits à la fois pour les systèmes à compteurs et les systèmes aléatoires [FK14]. En effet, les structures algébriques sous-jacentes sont similaires, permettant une implantation générique de ces algorithmes. L'outil Acme est un logiciel libre disponible en ligne.

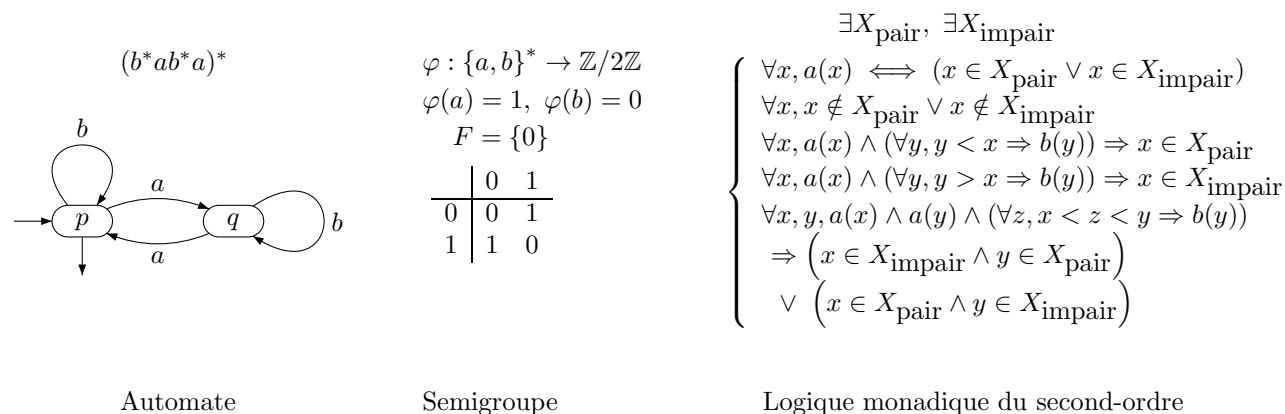
L'outil Stamina, créé en collaboration avec Hugo Gimbert, Edon Kelmendi et Denis Kuperberg et écrit en C++, est le successeur d'Acme. Ses performances améliorent Acme de plusieurs ordres de grandeur [FKKG16]. Ceci a permis d'obtenir la première implantation efficace d'un algorithme calculant la hauteur d'étoile d'un langage régulier, un problème réputé irréalisable en pratique. L'outil Stamina est un logiciel libre, intégré à la plateforme Sage. Une démonstration en ligne est disponible à l'adresse `stamina.labri.fr`.

Certains de mes travaux ne s'insèrent pas directement dans les dynamiques ci-dessus, par conséquent je ne les détaille pas. Ils sont listés dans l'index bibliographique.

## Systèmes à compteurs

Les travaux présentés dans cette partie ont été effectués pendant ma thèse.

Le point de départ est l'équivalence entre automates, logique et semigroupes du point de vue de la théorie des langages formels : chacun de ces trois formalismes décrit une classe de langages, qui se trouve être la même classe, dite des langages réguliers.



La figure ci-dessus illustre cette équivalence, en décrivant de trois manières différentes le langage de mots finis sur l'alphabet  $\{a, b\}$  ayant un nombre pair de  $a$ . Par exemple, la formule logique à droite exprime l'existence d'une partition des positions étiquetées par  $a$  en deux ensembles,  $X_{\text{pair}}$  et  $X_{\text{impair}}$ , tel que le premier  $a$  est dans  $X_{\text{pair}}$ , le dernier dans  $X_{\text{impair}}$ , et  $X_{\text{pair}}$  et  $X_{\text{impair}}$  alternent.

Les travaux décrits dans cette partie ont pour objectif de généraliser cette équivalence en y ajoutant une notion quantitative, à savoir des compteurs pour spécifier l'existence de borne.

Je décris d'abord les motivations, les modèles proposés et les résultats obtenus au cours des décennies passées. Ensuite, je détaille une première partie de mes travaux dont l'objectif était d'établir des liens entre les différents modèles, et de généraliser les approches. Enfin, j'expose mes résultats sur la conjecture LoCo à propos de la mémoire dans les jeux à compteurs.

Les résultats principaux de cette partie sont un contre-exemple de la conjecture LoCo ainsi qu'une preuve d'une version affaiblie, obtenus en collaboration avec Denis Kuperberg, Florian Horn et Michał Skrzypczak [FHKS15].

### Logiques exprimant l'existence de bornes.....

La question d'existence de bornes pour les automates à compteurs apparaît comme un outil dans les travaux de Hashiguchi [Has90], qui a résolu un des principaux problèmes ouverts en théorie des automates : la hauteur d'étoile. Le problème est le suivant : étant donné un langage régulier  $L$  et un entier  $k$ , existe-t-il une expression rationnelle dénotant  $L$  utilisant au plus  $k$  imbrications de l'opérateur étoile de Kleene ? Dans ce cas, on dit que  $L$  a hauteur d'étoile au plus  $k$ .

L'approche d'Hashiguchi consiste à réduire ce problème à l'existence de bornes pour un automate à compteurs. Plus précisément, à partir du langage  $L$  et de l'entier  $k$ , il construit un automate à compteurs  $\mathcal{A}$  définissant une fonction  $f_{\mathcal{A}} : A^* \rightarrow \mathbb{N}$ , et montre que  $L$  a hauteur d'étoile au plus  $k$  si, et seulement si, la fonction  $f_{\mathcal{A}}$  est bornée, c'est-à-dire s'il existe un entier  $N$  tel que pour tout mot  $u$  de  $A^*$ ,  $f_{\mathcal{A}}(u)$  est inférieur ou égal à  $N$ .

Il y a une dizaine d'année, Bojańczyk a généralisé cette approche en introduisant la logique  $\text{MSO} + \mathbb{U}$  [Boj04], qui permet d'exprimer l'existence de bornes dans un formalisme logique. L'objectif est double : d'une part, obtenir des résultats de décidabilité pour cette logique, et d'autre part réduire, ou reformuler, un certain nombre de problèmes dans ce formalisme, en suivant l'approche d'Hashiguchi. De nombreux résultats ont été obtenus pour ces deux objectifs au cours des dix dernières années.

Quelques années plus tard, Colcombet a introduit la logique  $\text{costMSO}$  [Col13], avec les mêmes motivations que pour  $\text{MSO} + \mathbb{U}$ , dont elle peut être vue comme une simplification. Cette deuxième approche a permis le développement de la théorie des fonctions régulières de coût et de résoudre plusieurs problèmes venant de la théorie des automates. Le résultat le plus significatif et intrigant de cette théorie est une réduction, montrant que pour calculer l'indice de Mostowski pour le  $\mu$ -calcul modal il suffit de décider  $\text{costMSO}$  sur les arbres infinis [CL08]. Le problème de l'indice de Mostowski est un problème ouvert très important, dont la résolution auraient des retombées en logique et en théorie des automates. Cette réduction constitue une avancée majeure sur ce problème, et a permis de résoudre des cas particuliers [CKLV13].

Le problème général de l'indice de Mostowski pour le  $\mu$ -calcul modal n'est pas résolu par la réduction ci-dessus, puisque la décidabilité de  $\text{costMSO}$  sur les arbres infinis n'est pas connue. Colcombet et Löding ont énoncé en 2008 une conjecture sur la mémoire dans les jeux à compteurs, et ont montré qu'elle implique la décidabilité de  $\text{costMSO}$  sur les arbres infinis. J'ai nommé cette propriété la conjecture LoCo, c'est l'objet d'une partie de mes travaux.

### Liens entre les différents modèles.....

Les deux logiques  $\text{MSO} + \mathbb{U}$  et  $\text{costMSO}$  ont donné naissance à différents modèles d'automates et de jeux. Certains de ces modèles sont très similaires ; plusieurs de mes travaux ont mis en évidence ces similarités, établissant des résultats d'équivalence, unifiant et généralisant ces approches.

Dans un article en collaboration avec Krishnendu Chatterjee [CF11b], nous avons mis en évidence le lien entre les objectifs finitaires, introduits pour la vérification de programmes par Alur et Henzinger [AH98], et un fragment de  $\text{MSO} + \mathbb{U}$ , le fragment temporel. Ce résultat permet de vérifier et de synthétiser des programmes dont les spécifications sont données par des objectifs finitaires, en donnant un modèle d'automate et une logique les caractérisant.

J'ai poursuivi l'étude des objectifs finitaires avec Martin Zimmermann [FZ12; FZ14], par l'étude des jeux à conditions finitaires, étudiés dans [CHH09]. Nous avons introduit les objectifs de parité à coût, généralisant à la fois les objectifs de parité classiques et les objectifs finitaires. L'objectif était de construire des algorithmes efficaces pour les jeux avec ces objectifs, ainsi que d'obtenir des résultats de positionalité pour ces jeux. Ces résultats étendent les résultats précédents, en permettant de combiner des spécifications régulières et finitaires.

Les deux logiques  $\text{MSO} + \mathbb{U}$  et  $\text{costMSO}$  induisent deux classes de jeux, dites uniformes et non-uniformes. En collaboration avec Krishnendu Chatterjee nous avons caractérisé la classe de graphes pour lesquels ces jeux sont équivalents ; il s'agit de la classe des graphes induits par des processus à pile [CF13]. Comme corollaire de ce résultat d'équivalence, nous transférons les algorithmes d'un modèle à l'autre, et obtenons des procédures pour vérifier et synthétiser des programmes dont les spécifications sont données par un formule de  $\text{MSO} + \mathbb{U}$ .

Nous avons avec Thomas Colcombet mis en évidence des liens entre les logiques  $\text{costMSO}$  sur les mots finis et  $\text{MSO}$  sur les mots infinis, permettant de considérablement simplifier la théorie des fonctions régulières de coût [CF16].

## La conjecture LoCo et mémoire dans les jeux à compteurs.....

La ligne directrice de mes travaux de thèse sur les systèmes à compteurs est l'existence de stratégies à mémoire finie dans les jeux à compteurs. Cette étude est motivée par la conjecture LoCo, énoncée par Colcombet et Löding en 2008, alors qu'ils étudiaient l'indice de Mostowski [CL08]. Après avoir réduit ce problème à la décidabilité de  $\text{costMSO}$  sur les arbres infinis, ils se sont attaqués à cette dernière. Ils ont montré que sous l'hypothèse de l'existence de stratégies à mémoire finie dans un certain type de jeux à compteurs, la logique  $\text{costMSO}$  sur les arbres infinis est décidable. Ils ont conjecturé que cette hypothèse est vérifiée, ce que j'ai nommé la conjecture LoCo. Les résultats ci-dessous sont motivés par cette conjecture.

La question de l'existence de stratégies gagnantes à mémoire finie dans les jeux apparaît dans deux contextes : pour la synthèse de contrôleurs, puisque la mémoire de la stratégie correspond à la taille du programme réalisant le contrôleur, et pour de nombreuses constructions en théorie des automates, par exemple pour montrer l'équivalence entre automates alternants et non-déterministes.

J'ai étudié la question de l'existence de stratégies gagnantes à mémoire finie dans un cadre plus général que celui des jeux à compteurs ; avec Florian Horn nous avons considéré les jeux dont les conditions sont des combinaisons booléennes de conditions d'accessibilité [FH13], obtenant une caractérisation de la mémoire nécessaire et suffisante, puis avec Thomas Colcombet et Florian Horn nous avons étendu ces résultats à toutes les conditions topologiquement closes [CFH14].

Les premiers résultats que nous avons obtenus sur les jeux à compteurs, en collaboration avec Martin Zimmermann [FZ12; FZ14], concernent les graphes finis. En collaboration avec Krishnendu Chatterjee [CF13], nous avons étendu ces résultats, obtenant une sous-classe de jeux pour lesquels il existe des stratégies gagnantes à mémoire finie. Ces résultats sont les premiers pour les jeux à compteurs qui s'appliquent à des graphes infinis sans aucune restriction structurelle, ce qui était un premier pas vers la conjecture LoCo.

Les deux résultats principaux que nous avons obtenus sur la conjecture LoCo, en collaboration avec Denis Kuperberg, Florian Horn et Michał Skrzypczak [FHKS15], sont les suivants :

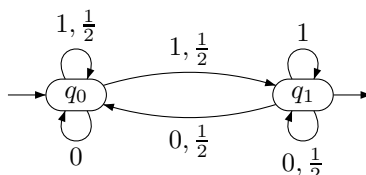
- La conjecture LoCo est fautive en toute généralité.
- La conjecture LoCo restreinte aux arbres fins est vraie.

Le contre-exemple que nous avons construit montre en particulier que les résultats positifs obtenus dans l'article [CF13] sont optimaux. Nous obtenons donc une frontière précise entre les jeux à compteurs admettant des stratégies gagnantes à mémoire finie et ceux n'en admettant pas. Par ailleurs, le résultat positif sur les arbres fins permet d'obtenir la décidabilité de  $\text{costMSO}$  sur les arbres fins, qui est un cas particulier non trivial des arbres généraux. Nous obtenons ainsi la classe d'arbres la plus générale pour laquelle nous pouvons calculer l'indice de Mostowski.

## Systemes aléatoires

Cette partie est divisée en deux sous-parties, la première décrit les travaux effectués pendant ma thèse, et la seconde au cours de mon post-doctorat à Oxford et mon séjour au Simons Institute à Berkeley.

Les automates probabilistes ont été introduits par Rabin en 1963 [Rab63]. C'est un modèle de calcul très simple et naturel, qui apparaît dans de nombreux domaines, tels que le traitement des langues naturelles et la biologie.



La figure ci-dessus représente un automate probabiliste calculant la fonction  $\text{bin} : \{0, 1\}^* \rightarrow [0, 1]$ , transformant la représentation binaire avec poids fort à droite en sa valeur. Par exemple,  $\text{bin}(1101) = \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{11}{16}$ , c'est la probabilité qu'une exécution partant de  $q_0$  arrive en  $q_1$  en lisant 1101.

Les travaux que j'ai réalisés ont une visée algorithmique : il s'agit de construire des algorithmes permettant d'analyser les propriétés d'un automate probabiliste donné en entrée.

### Le problème de la valeur 1 pour les automates probabilistes.....

Ces travaux ont été réalisés pendant ma thèse. Les résultats principaux sont la construction [FGO12] et la caractérisation topologique [Fij16a] d'un algorithme partiel pour le problème de la valeur 1 pour les automates probabilistes.

Le problème de la valeur 1 a été introduit par Bertoni en 1973 ; il s'agit de déterminer, étant donné un automate probabiliste, s'il existe une suite de mots dont la probabilité d'être accepté tend vers 1. La décidabilité de ce problème est demeurée ouverte pendant plusieurs décennies. En 2010, Gimbert et Oualhadj ont montré que ce problème est indécidable [GO10]. Cette première réponse ne clôt pas le sujet : en effet, une question plus générale est "à quel point est le problème de la valeur 1 indécidable?". Est-il décidable pour des sous-classes naturelles et pertinentes en pratique ? Peut-on construire des algorithmes partiels, dont la réponse est souvent correcte, et quantifier "souvent" ?

En 2012, en collaboration avec Hugo Gimbert et Youssouf Oualhadj, nous avons construit un algorithme, appelé l'algorithme de Markov, et montré qu'il permet de décider le problème de la valeur 1 pour les automates probabilistes dits "résistants aux fuites" (leaktight), une classe que nous avons introduite [FGO12]. Ces résultats s'appuient sur des techniques algébriques, inspirées de la théorie des fonctions régulières de coût [Col13]. La même année, deux autres sous-classes d'automates probabilistes ont été introduites, s'appuyant sur des techniques complètement différentes mais obtenant des résultats similaires [CT12; CSV11]. Se posaient alors les questions suivantes :

1. Comment se comparent les différentes sous-classes ?
2. Existe-t-il un algorithme optimal ?

Nous avons montré l'année suivante, en collaboration avec Hugo Gimbert, Edon Kelmendi et Youssouf Oualhadj, que la classe des automates que nous avons introduite contient strictement les deux autres classes [FGKO15]. Les techniques utilisées nous ont permis également d'obtenir des résultats de complexité,

en montrant que l'algorithme de Markov utilise un espace polynomial en la taille de l'automate. Ceci nous a encouragé à l'implanter afin d'évaluer ses performances, ce que nous avons fait en collaboration avec Denis Kuperberg [FK14], créant l'outil Acme, puis amélioré avec Edon Kelmendi, Denis Kuperberg et Hugo Gimbert, créant l'outil Stamina [FKKG16].

L'algorithme de Markov est à ce stade de développement le meilleur algorithme connu, ce qui ne signifie pas qu'il n'existe pas de meilleur algorithme. L'étape suivante était donc de comprendre ce que calcule exactement cet algorithme.

La première piste que nous avons suivie est celle de considérer des automates probabilistes dont les valeurs des transitions probabilistes ne sont pas fixées. En effet, l'algorithme de Markov est indépendant de ces valeurs. Nous avons montré en collaboration avec Hugo Gimbert, Florian Horn et Youssouf Oualhadj que le problème de la valeur 1 demeure indécidable dans ce cas [FGHO14]. Ceci montre qu'afin de caractériser l'algorithme de Markov, il ne suffit pas d'abstraire les valeurs des transitions probabilistes.

J'ai obtenu une caractérisation de l'algorithme de Markov en mettant en évidence le rôle des vitesses de convergence. Dans l'article [Fij16a], j'utilise des techniques topologiques pour définir les vitesses de convergence polynomiales et exponentielles. Le résultat principal est la caractérisation suivante : l'algorithme de Markov accepte si, et seulement si il existe une suite de mots polynomiale dont la probabilité d'être acceptée tend vers 1. De plus, j'ai étendu le résultat d'indécidabilité de Gimbert et Oualhadj [GO10], montrant que le problème de la valeur 1 est indécidable dès que l'on considère des suites de mots exponentielles.

La combinaison de ces arguments suggère que l'algorithme de Markov est optimal. L'ensemble de ces résultats donne une compréhension précise de la frontière de décidabilité pour le problème de la valeur 1, en développant plusieurs techniques nouvelles, issues de l'algèbre et de la topologie.

### Simulation entre automates probabilistes.....

Ces travaux ont été réalisés pendant mon post-doctorat à Oxford et mon séjour au Simons Institute à Berkeley. Le résultat principal est une caractérisation logique de la notion de simulation probabiliste de Larsen et Skou, obtenue avec Bartek Klin et Prakash Panangaden [FKP16].

La notion de simulation entre systèmes permet de capturer l'idée que tous les comportements d'un premier système sont également observables pour un second système. L'étude de différentes notions de simulation et de bisimulation est centrale pour l'analyse des programmes concurrents en algèbre des processus [Par81]. Des liens forts ont été démontrés entre simulation et logique modale, sous la forme suivante : un système est simulé par un autre système si, et seulement si, toute formule de la logique modale satisfaite par le premier est également satisfaite par le second.

Il existe plusieurs extensions de la notion de simulation aux systèmes aléatoires, et en particulier pour les automates probabilistes, la plus connue étant celle de Larsen and Skou [LS89]. De nombreux travaux par Panagaden et co-auteurs ont permis de construire des algorithmes d'approximation de systèmes et de calculer cette relation [DEP02]. En collaboration avec Bartek Klin et Prakash Panangaden, j'ai montré le lien entre simulation et logique modale probabiliste [FKP16], ayant des retombées algorithmiques sur le calcul de la relation de simulation.

Récemment, une deuxième notion plus précise, appelée bisimulation pour les distributions, a été proposée par Hermanns, Krčál et Křetínský [HKK14]. J'ai commencé à étudier ses propriétés, d'abord algorithmiques, en construisant avec Stefan Kiefer et Mahsa Shirmohammadi un algorithme pour déterminer si deux systèmes sont bisimilaires pour les distributions [FKS16], puis logiques, en construisant une logique modale probabiliste pour les distributions équivalente à la notion de simulation, avec Bartek Klin [FK16].

## Systemes dynamiques

---

Cette partie est divisée en deux sous-parties, décrivant des travaux effectués au cours de mon post-doctorat à Oxford et de mon séjour au Simons Institute à Berkeley.

L'étude des systèmes dynamiques apparaît dans de nombreux domaines en mathématiques, physique théorique et chimie. De manière générale, un système dynamique (discret) est donné par une fonction  $f : M \rightarrow M$  et un état initial  $x_0 \in M$ , l'objectif étant d'étudier la suite  $x_0, f(x_0), f^2(x_0), \dots$

Je m'intéresse en particulier aux systèmes dynamiques linéaires, *i.e.* dont la fonction  $f$  est une application linéaire de  $\mathbb{R}^d$  dans  $\mathbb{R}^d$ , autrement dit  $f(x) = A \cdot x$  pour une matrice  $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$ . Le cas particulier où la matrice  $A$  est stochastique correspond aux chaînes de Markov, créant un lien avec l'étude des systèmes aléatoires. De fait, il est souvent possible de se restreindre à ce cas sans perte de généralités, par exemple pour le problème de Skolem [AAOW15].

Le résultat principal de cette partie est la construction d'un algorithme déterminant l'existence d'invariants semi-algébriques pour le problème de l'orbite de Kannan et Lipton, en collaboration avec Pierre Ohlmann, Joël Ouaknine, Amaury Pouly et James Worrell [FOOPW17].

### Complexité des systèmes dynamiques linéaires.....

Au cours de la décennie passée, Ouaknine, Worrell et co-auteurs ont étudié des variantes du problème de Skolem : étant donné un système dynamique linéaire et un hyperplan  $H$  de  $\mathbb{R}^d$ , existe-t-il  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $f^n(x_0) \in H$ ? Très peu de choses sont connues à propos de ce problème, qui apparaît pourtant dans de nombreux domaines, par exemple pour l'analyse de terminaison de programmes.

Les travaux de Ouaknine, Worrell et co-auteurs ont montré que résoudre le problème de Skolem résoudrait de difficiles conjectures en théorie algébrique des nombres [OW14a]. Ces liens ont également permis d'obtenir des résultats positifs. En particulier, plusieurs algorithmes ont été construits pour des variantes du problème de Skolem en s'appuyant sur des techniques avancées issues de théorie des nombres, dont par exemple l'approximation Diophantienne de nombres transcendants [OW14b].

Les résultats décrits ci-dessus concernent des systèmes déterministes, c'est-à-dire dont l'évolution au cours du temps n'est pas affectée par des facteurs extérieurs. Au cours de mon post-doctorat à Oxford, nous avons étendu les modèles et questions afin de prendre en compte l'influence d'un contrôleur, prenant le point de vue de la théorie du contrôle. Ceci a donné lieu à un premier résultat, orthogonal aux questions précédentes : nous avons montré en collaboration avec Pierre Ohlmann, Joël Ouaknine, Amaury Pouly et James Worrell que l'on peut déterminer l'existence d'invariants semi-algébriques pour le problème de l'orbite de Kannan et Lipton, qui est une variante du problème de Skolem [FOOPW17]. Un deuxième article est en préparation, dont l'objectif est de modéliser les actions du contrôleur de manière plus fine à l'aide de contraintes géométriques [FOPPW16].

Travailler sur les systèmes dynamiques linéaires me permet d'apprendre de nouvelles techniques venant de la théorie algébrique des nombres. Cette ouverture me donne un nouveau point de vue et angle d'attaque sur les systèmes aléatoires en particulier.

### Complexité spatiale en ligne.....

L'étude de la complexité spatiale en ligne est un projet personnel, que j'ai commencé à l'Université d'Oxford et développé au Simons Institute à Berkeley, notamment grâce aux échanges que j'ai eu avec l'équipe Algorithmes de l'Université d'Oxford et le semestre parallèle à Berkeley sur "Algorithmes et Incertitude". Il

constitue une partie importante de mon projet de recherche, et plus particulièrement la complexité spatiale en ligne des automates probabilistes.

Pour éviter les répétitions, je me concentre ici sur les résultats que j'ai obtenus sur la complexité spatiale en ligne, et invite le lecteur à consulter mon projet pour les motivations et directions de recherche.

Le premier article que j'ai écrit concerne la complexité spatiale en ligne des automates probabilistes [Fij16c]. Il s'agit de formaliser et de prouver une affirmation de Rabin dans l'article fondateur sur les automates probabilistes, selon laquelle les automates probabilistes requièrent une grande quantité d'espace pour être simulés en ligne. Ma contribution est de décrire un automate probabiliste dont la complexité spatiale en ligne est maximale.

Je me suis ensuite intéressé à une classe d'algorithmes en ligne plus expressive, à savoir les algorithmes alternants. De même qu'une machine de Turing alternante, un tel algorithme fait des choix non-déterministes, sous la forme de conjonctions et de disjonctions. Les machines alternantes sont en général exponentiellement plus expressive que leurs contreparties déterministes.

Dans un deuxième article, j'ai développé une technique de bornes inférieures sur la complexité spatiale en ligne alternante [Fij16b]. L'application principale est d'améliorer d'un facteur exponentiel une borne inférieure due à Hartmanis et Shank en 1969 [HS69] sur la complexité de détecter si un nombre écrit en binaire est premier.

En collaboration avec Cristian Riveros et James Worrell, nous avons étudié les automates probabilistes à ambiguïté bornée. Nous avons mis en évidence des liens entre l'ambiguïté d'un automate et sa complexité spatiale en ligne, ce qui est une première étape vers la classification de la complexité spatiale en ligne des automates probabilistes [FRW16].



## Preprint

---

- [Fij16b] Nathanaël Fijalkow. *Lower Bounds for Alternating Online Space Complexity*. Tech. rep. 2016.
- [FKKG16] Nathanaël Fijalkow, Edon Kelmendi, Denis Kuperberg, and Hugo Gimbert. *Stamina : Solving the Star-Height Problem*. Tech. rep. 2016.
- [FK16] Nathanaël Fijalkow and Bartek Klin. *A Logical Viewpoint on Probabilistic Bisimulation over Distributions*. Tech. rep. 2016.
- [FKP16] Nathanaël Fijalkow, Bartek Klin, and Prakash Panangaden. *Logical Characterisation of Probabilistic Simulation*. Tech. rep. 2016.
- [FOPPW16] Nathanaël Fijalkow, Joël Ouaknine, Amaury Pouly, João Sousa de Pinto, and James Worrell. *On the Decidability of Point-to-Point Controllability in Linear Time-invariant Systems*. Tech. rep. 2016.
- [FRW16] Nathanaël Fijalkow, Cristian Riveros, and James Worrell. *Probabilistic Automata of Bounded Ambiguity*. Tech. rep. 2016.

## Références bibliographiques personnelles (citées)

---

- [CF11b] Krishnendu Chatterjee and Nathanaël Fijalkow. “Finitary Languages”. In: *LATA*. 2011, pp. 216–226.
- [CF13] Krishnendu Chatterjee and Nathanaël Fijalkow. “Infinite-state Games with Finitary Conditions”. In: *CSL*. 2013, pp. 181–196.
- [CF16] Thomas Colcombet and Nathanaël Fijalkow. “The Bridge Between Regular Cost Functions and Omega-Regular Languages”. In: *ICALP*. 2016.
- [CFH14] Thomas Colcombet, Nathanaël Fijalkow, and Florian Horn. “Playing Safe”. In: *FSTTCS*. 2014, pp. 379–390.
- [Fij16a] Nathanaël Fijalkow. “Characterisation of an Algebraic Algorithm for Probabilistic Automata”. In: *STACS*. 2016, pp. 1–13.
- [Fij16c] Nathanaël Fijalkow. “Online Space Complexity of Probabilistic Automata”. In: *LFCS*. 2016, pp. 106–116.
- [FGHO14] Nathanaël Fijalkow, Hugo Gimbert, Florian Horn, and Youssef Oualhadj. “Two Recursively Inseparable Problems for Probabilistic Automata”. In: *MFCS*. 2014, pp. 267–278.
- [FGKO15] Nathanaël Fijalkow, Hugo Gimbert, Edon Kelmendi, and Youssef Oualhadj. “Deciding the value 1 Problem for Probabilistic Leaktight Automata”. In: *Logical Methods in Computer Science* 11.1 (2015).
- [FGO12] Nathanaël Fijalkow, Hugo Gimbert, and Youssef Oualhadj. “Deciding the Value 1 Problem for Probabilistic Leaktight Automata”. In: *LICS*. 2012, pp. 295–304.
- [FHKS15] Nathanaël Fijalkow, Florian Horn, Denis Kuperberg, and Michał Skrzypczak. “Trading Bounds for Memory in Games with Counters”. In: *ICALP*. 2015, pp. 197–208.
- [FKS16] Nathanaël Fijalkow, Stefan Kiefer, and Mahsa Shirmohammadi. “Trace Refinement in Labelled Markov Decision Processes”. In: *FoSSaCS*. 2016, pp. 303–318.
- [FK14] Nathanaël Fijalkow and Denis Kuperberg. “ACME : Automata with Counters, Monoids and Equivalence”. In: *ATVA*. 2014, pp. 163–167.

- [FOOPW17] Nathanaël Fijalkow, Pierre Ohlmann, Joël Ouaknine, Amaury Pouly, and James Worrell. “Semialgebraic Invariant Synthesis for the Kannan-Lipton Orbit Problem”. In: *STACS*. 2017, pp. 1–13.
- [FZ12] Nathanaël Fijalkow and Martin Zimmermann. “Cost-Parity and Cost-Streett Games”. In: *FSTTCS*. 2012, pp. 124–135.
- [FZ14] Nathanaël Fijalkow and Martin Zimmermann. “Cost-Parity and Cost-Streett Games”. In: *Logical Methods in Computer Science* 10.2 (2014).

## Références bibliographiques personnelles (non citées)

---

- [CF11a] Krishnendu Chatterjee and Nathanaël Fijalkow. “A Reduction from Parity Games to Simple Stochastic Games”. In: *GandALF*. 2011, pp. 74–86.
- [FH13] Nathanaël Fijalkow and Florian Horn. “Les jeux d’accessibilité généralisée”. In: *Technique et Science Informatiques* 32.9-10 (2013), pp. 931–949.
- [FP14] Nathanaël Fijalkow and Charles Paperman. “Monadic Second-Order Logic with Arbitrary Monadic Predicates”. In: *MFCS*. 2014, pp. 279–290.
- [FPS13] Nathanaël Fijalkow, Sophie Pinchinat, and Olivier Serre. “Emptiness Of Alternating Tree Automata Using Games With Imperfect Information”. In: *FSTTCS*. 2013, pp. 299–311.
- [FS15] Nathanaël Fijalkow and Michał Skrzypczak. “Irregular Behaviours for Probabilistic Automata”. In: *RP*. 2015, pp. 33–36.

## Références bibliographiques

---

- [AAOW15] S. Akshay, Timos Antonopoulos, Joël Ouaknine, and James Worrell. “Reachability problems for Markov chains”. In: *Inf. Process. Lett.* 115.2 (2015).
- [AH98] Rajeev Alur and Thomas A. Henzinger. “Finitary Fairness”. In: *ACM Transactions on Programming Languages and Systems* 20.6 (1998), pp. 1171–1194.
- [Boj04] Mikołaj Bojańczyk. “A Bounding Quantifier”. In: *CSL*. 2004, pp. 41–55.
- [CSV11] Rohit Chadha, A. Prasad Sistla, and Mahesh Viswanathan. “Power of Randomization in Automata on Infinite Strings”. In: *Logical Methods in Computer Science* 7.3 (2011).
- [CHH09] Krishnendu Chatterjee, Thomas A. Henzinger, and Florian Horn. “Finitary Winning in omega-regular Games”. In: *ACM Transactions on Computational Logics* 11.1 (2009).
- [CT12] Krishnendu Chatterjee and Mathieu Tracol. “Decidable Problems for Probabilistic Automata on Infinite Words”. In: *LICS*. 2012, pp. 185–194.
- [Col13] Thomas Colcombet. “Regular Cost Functions, Part I : Logic and Algebra over Words”. In: *Logical Methods in Computer Science* 9.3 (2013).
- [CKLV13] Thomas Colcombet, Denis Kuperberg, Christof Löding, and Michael Vanden Boom. “Deciding the weak definability of Büchi definable tree languages”. In: *CSL*. 2013, pp. 215–230.
- [CL08] Thomas Colcombet and Christof Löding. “The Non-deterministic Mostowski Hierarchy and Distance-Parity Automata”. In: *ICALP (2)*. 2008, pp. 398–409.
- [DEP02] Josée Desharnais, Abbas Edalat, and Prakash Panangaden. “Bisimulation for Labelled Markov Processes”. In: *Information and Computation* 179.2 (2002), pp. 163–193.
- [GO10] Hugo Gimbert and Youssef Oualhadj. “Probabilistic Automata on Finite Words : Decidable and Undecidable Problems”. In: *ICALP*. 2010, pp. 527–538.

- [HS69] Juris Hartmanis and H. Shank. “Two Memory Bounds for the Recognition of Primes by Automata”. In: *Mathematical Systems Theory* 3.2 (1969).
- [Has90] Kosaburo Hashiguchi. “Improved Limitedness Theorems on Finite Automata with Distance Functions”. In: *Theoretical Computer Science* 72.1 (1990), pp. 27–38.
- [HKK14] Holger Hermanns, Jan Krčál, and Jan Křetínský. “Probabilistic Bisimulation : Naturally on Distributions”. In: *CONCUR*. Vol. 8704. Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2014, pp. 249–265.
- [LS89] Kim G. Larsen and Arne Skou. “Bisimulation Through Probabilistic Testing”. In: *POPL*. 1989, pp. 344–352.
- [OW14a] Joël Ouaknine and James Worrell. “Positivity Problems for Low-Order Linear Recurrence Sequences”. In: *SODA*. 2014, pp. 366–379.
- [OW14b] Joël Ouaknine and James Worrell. “Ultimate Positivity is Decidable for Simple Linear Recurrence Sequences”. In: *ICALP*. 2014, pp. 330–341.
- [Par81] David M. R. Park. “Concurrency and Automata on Infinite Sequences”. In: *Theoretical Computer Science*. 1981, pp. 167–183.
- [Rab63] Michael O. Rabin. “Probabilistic Automata”. In: *Information and Control* 6.3 (1963), pp. 230–245.